

June 2022
B. Sc. B. Ed. V Semester Examination

MATHEMATICS
LINEAR ALGEBRA AND NUMERICAL ANALYSIS

Time 3 Hours)

[Max. Marks 125
[Min. Marks 50

ब्लिन्ड कैंडिडेट्स के लिये 60 मिनट अतिरिक्त समय की अनुमति है।
Answer all questions of Section A and B. The blind candidates will be given 60 minutes extra time.

खण्ड अ. लघु उत्तरीय Section A : Short Answer

5×8=40

1. सिद्ध कीजिए कि मदिम समष्टि $V(F)$ के एक अरिक्त उपसमुच्चय W को V का एक उपसमष्टि होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त शर्तिका है :

$$a, b \in F \text{ तथा } \alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W.$$

Prove that the necessary and sufficient condition for a non-empty subset W of a vector space $V(F)$ to be a vector subspace of V is :

$$a, b \in F \text{ and } \alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W.$$

अथवा OR

यदि x, y, z रेखिकतः स्वतंत्र हों तो सिद्ध कीजिए कि मदिम $x + 3y - 2z, 2x + y - z$ और $3x + y + z$ रेखिकतः स्वतंत्र है।

If x, y, z are linearly independent then prove that the vectors $x + 3y - 2z, 2x + y - z$ and $3x + y + z$ are linearly independent.

2. मानो कि \mathbb{R}^3 पर T एक रेखिक संकारक है जो :

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, -x_1 - x_2 - 4x_3, 2x_1 - x_3).$$

से परिभाषित है। आधार $B = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, जहाँ $\alpha_1 = (1, 1, 1), \alpha_2 = (0, 1, 1), \alpha_3 = (1, 0, 1)$ है, के मापेक्ष T का आव्यूह ज्ञात कीजिए।

Let T be the linear operator on \mathbb{R}^3 defined by :

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, -x_1 - x_2 - 4x_3, 2x_1 - x_3).$$

What is the matrix of T in the ordered basis $B = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, where $\alpha_1 = (1, 1, 1), \alpha_2 = (0, 1, 1), \alpha_3 = (1, 0, 1)$?

अथवा OR

दर्शाइये कि रूपांतरण $T : V_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_3(\mathbb{R})$ जो परिभाषित है :

$$T(a, b) = (a + b, a - b, b) \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

$V_2(\mathbb{R})$ से $V_3(\mathbb{R})$ में एक रेखिक रूपांतरण है। T का पराग, जाति, शून्य समष्टि और शून्यता ज्ञात कीजिए।

Show that the transformation $T : V_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_3(\mathbb{R})$ defined by :

$$T(a, b) = (a + b, a - b, b) \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$$

is a linear transformation from $V_2(\mathbb{R})$ into $V_3(\mathbb{R})$. Find the range, rank, null space and nullity of T .

3. मिथ्या स्थिति विधि से 4 पुनरावृत्तियों के पश्चात् $x^2 - \log_e x - 12 = 0$ का लघुत्तम धनात्मक मूल ज्ञात कीजिए।

Find the smallest positive root of $x^2 - \log_e x - 12 = 0$ by Regula-Falsi Method after 4 iterations.

अथवा OR

न्यूटन-रैफसन विधि से मर्मीकरण $x^4 - x - 9 = 0$ का मूल दशमन्दक के तीन स्थानों तक सही-सही ज्ञात कीजिए।

Find the real root of the equation $x^4 - x - 9 = 0$ by Newton-Raphson Method, correct to three places of decimal.

4. गॉस-जॉर्डन विधि से हल कीजिए : Apply Gauss-Jordan Method to solve :

$$x + 2y + z = 8, \quad 2x + 3y + 4z = 20, \quad 4x + 3y + 2z = 16.$$

अथवा (OR)

1 (U) चिरोत्तम विधि के प्रयोग से हल कीजिए : Apply LU Decomposition Method to solve :

$$3x + 2y + z = 10, \quad 2x + 3y + 2z = 14, \quad x + 2y + 3z = 14.$$

5. ऋध्वर विधि से अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 1 + xy, y(0) = 2$ को हल कीजिए। $y(0.1)$ तथा $y(0.2)$ ज्ञात कीजिए।
असोडिक ऋध्वर विधि से अपने मानों की पुष्टि कीजिए।

Using Euler's Method, solve $\frac{dy}{dx} = 1 + xy$ with $y(0) = 2$. Find $y(0.1)$ and $y(0.2)$. Check your values with modified Euler's Method.

अथवा OR

संदि 4 के रूने-कुटा विधि के प्रयोग से $y(0.2)$ ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि :

Using Runge-Kutta Method of order 4, find $y(0.2)$, given that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}; \quad y(0) = 1$$

$$h = 0.1$$

खण्ड B : दीर्घ उत्तरीय Section B : Long Answer

5×17=85

1. यदि w_1 और w_2 एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ की दो उपसमष्टियाँ हैं, तब सिद्ध कीजिए कि :

If w_1 and w_2 are two subspaces of a finite dimensional vector space $V(F)$, then prove that :

$$\dim(w_1 + w_2) = \dim(w_1) + \dim(w_2) - \dim(w_1 \cap w_2)$$

अथवा OR

सिद्ध कीजिए कि एक परिमित विमीय सदिश समष्टि की प्रत्येक उपसमष्टि का एक पूरक होता है।

Prove that every subspace of a finite dimensional vector space has a complement.

यदि W एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ का एक उपसमष्टि है, तब सिद्ध कीजिए कि :

If W be a subspace of a finite dimensional vector space $V(F)$, then prove that :

$$\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim V - \dim W$$

अथवा OR

दर्शाइये कि निम्न आव्यूह A का विकर्णीय है :

Show that the matrix A is diagonalizable :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

न्यूटन विभाजित अन्तर सूत्र से $f(9)$ का मान ज्ञात कीजिए, दिया है कि :

Evaluate $f(9)$, using Newton's Divided Difference Formula, given that :

x	:	5	7	11	13	17
$f(x)$:	150	392	1452	2366	5202

अथवा OR

लॉग्रान्ज अन्तर्वेशन सूत्र से $f(6)$ का मान ज्ञात कीजिए, दिया है कि :

Evaluate $f(6)$, using Lagrange's Interpolation Formula, given that :

x	:	1	2	3	4	7
$f(x)$:	2	4	8	16	128

4. विघाति विधि के प्रयोग से हल कीजिए : Solve by using Relaxation Method :

$$9x - 2y + z = 50, \quad x + 5y - 3z = 10, \quad -2x + 2y + 7z = 19.$$

अथवा OR

गॉस-सीडल विधि के प्रयोग से निम्न समीकरणों को हल कीजिए :

Solve the following equations by Gauss-Seidel Method :

$$83x + 11y - 4z = 95$$

$$7x + 52y + 13z = 104$$

$$3x + 8y + 29z = 71.$$

5. गौडसीड क्षेत्रकलन सूत्र से 3 कोटियों के लिए सम्मकलन :

$$\int_0^1 \sqrt{1+2x} dx.$$

का मूल्यांकन कीजिए।

Evaluate the integral :

$$\int_0^1 \sqrt{1+2x} dx.$$

using Gaussian Quadrature Formula for three ordinates.

अथवा OR

न्यूटन-कोट सम्मकलन सूत्र व्युत्पन्न कीजिए।

Derive Newton-Cote's Integration Formula.

<https://www.davvonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से

-11/-13