

May 2018
B. Sc. VIIth Semester Examination
MATHEMATICS
Real Analysis, Discrete Mathematics and
Optional : Graph Theory, Elementary Statistics, Principles of Computer Science,
Mathematical Modeling

Time 3 Hours

Max Marks : Regular 125 / Private 150
Min Marks : Regular 42 / Private 50

नोट : अंक 'A', 'B' तथा 'C' सभी विषयों पर आधारेट विवादियों के लिए अनिवार्य है। अधिक अवधि में दिए गए नियमों का पालन करें। सभी के लिए एक विभाजन शीतल मानपत्र में प्राप्ति अनुसार होती। अंक 'A' से प्रत्यक्ष क्रमांक 13, 14 तथा 15 पर 'अंक 'B' पर 'C' से प्रत्यक्ष क्रमांक 5 में से केवल समन्वित वैचिक प्रश्न ही दल करें। दृष्टि वापिस परीक्षायियों के लिए 60 मिनिट अतिरिक्त समय की अनुमति है।

Section A, B and C are compulsory for all Regular and Private students. Please follow the instructions, given in each section. Marks distribution for all students are as shown in question paper. Attempt only the parts relevant to the optional chosen in Q. No. 13, 14 and 15 of Section A and Q. No. 5 of both the Section B and C. The blind candidates will be given 60 minutes extra time.

खण्ड अ : वस्तुनिष्ठ Section A : Objective

Regular 15×2=30/Private 15×2=30

- यदि $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ एक सीमित फलन है तो निम्न में से कौन सी असमिक्षा सत्य है ?
If $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be a bounded function then which of the following inequality is true ?

(a) $\int_a^b f \geq \int_a^b |f|$ (b) $\int_a^b |f| \geq \int_a^b f$ (c) $\int_a^b f \leq \int_a^b |f|$ (d) $\int_a^b |f| \leq \int_a^b f$
- यदि $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $[a, b]$ पर संतुष्ट है, तब : If $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous on $[a, b]$ then :

(a) $\int_a^b f < \int_a^b |f|$ (b) $\int_a^b f > \int_a^b |f|$
 (c) $\int_a^b f = \int_a^b |f|$ (d) इनमें से कोई नहीं । None of these.
- यदि $f \in R[a, b]$ हो : If $f \in R[a, b]$, then :

(a) $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$ (b) $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$ (c) $\int_a^b |f| \leq \left| \int_a^b f \right|$ (d) $\int_a^b |f| \leq \int_a^b f$
- आधार दूरीक मिकेलिहित में से कौन सी दूरीक समाप्त नहीं है ?
Which of the following metric space with usual metric is not complete ?
 (a) (\mathbb{R}^2, d) (b) (\mathbb{R}^3, d) (c) (\mathbb{P}_{∞}, d) (d) $(X = (0, 1), d)$
- निम्नलिखित में से कौन सा पूर्ण अरिहत क्षेत्र है ? Which of the following is a complete ordered field ?
 (a) \mathbb{Q} (b) \mathbb{R}
 (c) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ (d) इनमें से कोई नहीं । None of these.
- निम्नलिखित में से कौन सी राश्या अपरियोग संभव नहीं है ? Which of the following is not an irrational number ?
 (a) $\sqrt{3}$ (b) $\sqrt{5}$
 (c) $1/\sqrt{13}$ (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं । None of these.
- बूलीय बीजगणित $(B, +, .)$ में $a + a' = 1$ का द्वितीय है : In a Boolean algebra $(B, +, .)$ the dual $a + a' = 1$ is :

(a) $a \cdot a' = 0$ (b) $a \cdot a' = 1$ (c) $a + a' = 0$ (d) $a + a' = 1$

8. $\neg p \Rightarrow q$ के लिए सर्वतों हैं Contrapositive implication of converse of $\neg p \Rightarrow q$ है :
 (a) $q \Rightarrow \neg p$ (b) $p \Rightarrow \neg q$ (c) $\neg q \Rightarrow \neg p$ (d) $\neg p \Rightarrow \neg q$
9. दिया गया $F(x, y) = x \cdot y' + x' \cdot y$ तथा उसका असर $x \cdot y' + x' \cdot y$ है : Simplified function for the switching function $F(x, y) = x \cdot y' + x' \cdot y$ is :
 (a) x (b) y (c) x' (d) y'
10. n वाले न्यूनतम् वर्ती वाली दी हुई छेत्र है : The number of minimal Boolean function in n variable is :
 (a) 2^n (b) n^2 (c) 1 (d) 0
11. दिया गया $x \cdot y' + x' \cdot y$ का उपर्युक्त Complement of the Boolean function $x \cdot y' + x' \cdot y$ है :
 (a) $x \cdot y$ (b) $x \cdot y$ (c) $x \cdot y + x' \cdot y'$ (d) $x \cdot y + x \cdot y'$
12. दिया गया $A = \{1, 2, 3, 4\}$ तथा $R = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ है :
 (a) Symmetric (b) Transitive (c) Reflexive (d) None of these
 The relation $R = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ on the set $A = \{1, 2, 3, 4\}$ is :

GRAPH THEORY

13. यह कहा जाता है कि आव्वेसियन पथ रथा है वहि उपर्युक्त वे ओर दी गई है :
 (a) दिक्षिण पथ (b) दिक्षिण पथ और देश पथ (c) देश पथ (d) दिक्षिण वे कोई नहीं।
 An undirected graph possesses an Eulerian Circuits if it is connected and its vertices are
 (a) All of odd degree (b) All of even degree (c) None of these.
 (c) All of degree greater than two
14. चाइनीज पोस्टमैन प्रोब्लम सम्बन्धित है :
 (a) आधार पथ (b) ऐमिलन पथ (c) नी
- Chinese Postman Problem is related to :
 (a) Euler Graph (b) Hamiltonian Graph (c) Tree (d) None of these.
15. यह कहा जाता है कि क्या से क्या :
 (a) एक जनक ही (b) दो जनक ही (c) दो जनक ही तभी रथा।
 (c) तीन जनक ही Every connected graph has at least :
 (a) One spanning tree (b) Two spanning tree
 (c) Three spanning tree (d) No spanning tree.

ELEMENTARY STATISTICS

13. यदि X एक सांख्यिकीय वर्ती है जिसका प्रायिकता प्रतिवर्ष $f(x)$ व माध्यिका M है तब निम्न में से कौन-सा विकल्प नहीं है ?
 If X is a continuous random variable with probability density function $f(x)$ and median M , then which of the following options is not correct ?
- (a) $\int_{-\infty}^M f(x) dx = \frac{1}{2}$ (b) $\int_M^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{2}$
 (c) $\int_{-\infty}^M f(x) dx = \int_M^{\infty} f(x) dx$ (d) कोई नहीं + None.
14. यदि X एक सांख्यिकीय वर्ती है जिसकी गणितीय मात्रा $E(X) = 2$ है तो $E(2X + 3) =$
 If X is a random variable whose mathematical expectation $E(X) = 2$, then $E(2X + 3) =$
 (a) 2 (b) 4 (c) 7 (d) कोई नहीं + None of these.
15. यदि X एक Poisson वर्ती है तो $E(X)$ और $\text{Var}(X)$ है :
 If X is a Poisson Variable whose mean is 4 then $\text{Var}(X) =$
 (a) 2 (b) 4 (c) 16 (d) कोई नहीं + None of these.

PRINCIPLES OF COMPREHENSIVE SCIENCE

MATHEMATICAL MODELING

14. पापुलेशन मॉडल $x(t) = x(0) e^{at}$ में पापुलेशन वृद्धि पारीय (सेनी) हो करेगा यदि :
 In population growth model $x(t) = x(0) e^{at}$, population growth exponentially if :

 - (a) $a = 0$
 - (b) $a > 0$
 - (c) $a < 0$
 - (d) इनमें से कोई नहीं | None of these.

ਖੱਡ ਬ : ਲਾਧੂ ਤੱਤਰੀਖ Section B : Short Answer

Regular 5x5=25/Private 5x8=40

1. सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक एकदिम्ब फलन रीमान समाकलनीय होता है।
 Prove that every monotonic function is Riemann integrable.

अयत्ना OR

यदि $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ परिवर्तनी है तथा $P, [a, b]$ का कोई विभाजन है तब \bar{s}_i कीजिए :

If $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ be a bounded function and P is any partition of $[a, b]$ then show that :

$$L(P, f) \leq U(P, f)$$

2. यदि d एक अरिका समूच्य X पर एक दूरी के तो दर्शाइये कि अब इस से परिभ्रषित फलन $e(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$ जहाँ $x, y \in X$ भी X पर एक दूरी के है।
 Let (X, d) be a metric space and let e be defined by the setting $e(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$ $\forall x, y \in X$. Show that e is a metric on X .

अख्ता OR

ऐसा कीचिंता विद्युतीकरण में प्रत्येक अभियानी अनुक्रम परिवर्त्त होता है।

Prove that every convergent sequence in a metric space is bounded.

3. उत्तम वर्तीय प्रकल्प के लिए परिपथ बनाइये और उसे सारल रूप में व्यक्त कीजिए :

$$E(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + (z + y) \cdot x'$$

Draw the switching circuit of the Boolean function :

$$E(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + (z + y) \cdot x'$$

and replaces it by simplified one.

www.QB

प्रतिकूल वा उत्तम अस्ति परियाधित शीघ्रिप ।

पारमाणक का उदाहरण सहित पारमाणक अ-
Definite Quantifiers with example

4. निम्नलिखित त्रुटीय फलनों का पूर्णागत रूप में लिखिए।
 Write the following function into conjunctive normal form:
 (i) $f(x, y) = x + y'$ (iii) $f(x, y, z) = (x + y)(x' + y')$
 अथवा OR
 यदि R तथा S समुच्चाद X के युक्ति विकल्प हो, तो यदि R तथा S नीचे दिए गए R ∩ S नीचे X के युक्ति विकल्प हो, तो यदि R तथा S नीचे गणना करना चाहिए।
 If R and S are equivalence relations on the set X, then prove that R ∩ S is also an equivalence relation on the set X.

GRAPH THEORY

5. आठ शीर्षों का एक आसेंस बनाए रखिए जिसमें हमेल्टन वृत्तियाँ हो नियुक्त आसेंस वृत्तियाँ न हो। अपने उत्तर की युक्ति विकल्प दें।
 Draw a graph with six vertices containing a Hamiltonian Circuit but not an Eulerian Circuit.
 Justify your answer.

अथवा OR

चार शीर्षों का एक युक्ति विकल्प बनाइये तथा इसमें रिंग सभी जड़ी शीर्षों को आए लीजिए।
 Draw a complete graph of four vertices and find all spanning trees in this graph.

ELEMENTARY STATISTICS

5. यदि प्रादृष्टिक चर जिसका rth आधूर्य $\mu_r' = (r+1)! 2^r \quad r = 0, 1, 2, \dots$ है का आधूर्य गनक फलन ज्ञात कीजिए।
 Find the moment generating function of a random variable whose rth moment
 $\mu_r' = (r+1)! 2^r \quad r = 0, 1, 2, \dots$

अथवा OR

यदि X और Y स्थान प्रादृष्टिक चर हैं जहाँ पर $X \sim B(3, 1/3)$ और $Y \sim B(5, 1/3)$ हैं। $P(X + Y \leq 1)$ ज्ञात कीजिए।
 If X and Y are independent random variables such that $X \sim B(3, 1/3)$ and $Y \sim B(5, 1/3)$ then determine the probability $P(X + Y \leq 1)$.

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

5. निम्न सो परिवर्तित कीजिए : Perform the following conversions :

$$(i) (571)_8 = (?)_2 \quad (ii) (321)_{10} = (?)_2 \quad (iii) (\text{ABC})_{16} = (?)_6$$

अथवा OR

स्थानांश कीजिए : Convert :

$$(2389)_{10} = (?)_2 = (?)_8 = (?)_{15}$$

MATHEMATICS MODELING

5. किसी प्रापुलेशन में दबलिंग व ट्रिपलिंग साथ के बिंदु साथ सम्बन्धित कीजिए।
 Find the relation between doubling and tripling times for a population.

अथवा OR

गणितीक डॉडलिंग की सीमाओं को स्तर कीजिए।

What are limitations of Mathematical Modelling?

छाप्त स : दीर्घ उत्तरीय Section C : Long Answer

1. यदि $f(x) = x^2$, $x \in [0, a]$, $a > 0$ दर्शायें कि $f \in R[0, a]$ एवं $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$.
 Regular 5x14=70/Private 5x16=8
 Let $f(x) = x^2$, $x \in [0, a]$, $a > 0$ show that $f \in R[0, a]$ and $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$.
 अथवा OR
- समाकलन गणित की गूलगूत प्रमेय का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
 State and prove the Fundamental Theorem of Integral Calculus.
2. गान तो (X, d) तथा (Y, p) दो दूरीक गणितीय हैं और $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है। उस सिद्ध कीजिए कि f संतुप्त हो यदि और
 केवल यदि $f(\bar{A}) \subseteq \bar{f(A)}$, X के प्रत्येक उपसमुच्चय A के लिए।
 Let (X, d) and (Y, p) be two metric spaces and $f: X \rightarrow Y$ be a function. Then prove that f is continuous iff $f(\bar{A}) \subseteq \bar{f(A)}$, for every subset A of X .
 अथवा OR
- सिद्ध कीजिए कि किसी दूरीक गणित में, प्रत्येक संतुप्त गोला एक गूलगूत प्रमुख छोड़ है।
 Prove that in a metric space, every closed sphere is an closed set.

(P \Rightarrow Q) \wedge (R \vee Q) : Construct a truth table for the following statement.

- तिन वीजिए कि बूलीय बीजगणित में प्रत्येक द्विवर भिन्नों '+' एवं '•' सार्वजनिक रूप से लागत भरता है।
 4. निम्न बूलीय फलन को विद्युतीय रूप में बदलें।

$$f(x, y, z, t) = (x' \cdot y + x \cdot y' \cdot z' + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z' \cdot t + t' \cdot y)$$

द्विघट जाल बनाइये, जिसका प्राप्त फलन निम्न है : Draw the binomial nets for the following flow function :

$$x \cdot y \cdot z \cdot w + x' \cdot y \cdot z \cdot w' + x \cdot y' \cdot z \cdot w' + x' \cdot y' \cdot z \cdot w$$

GRAPH THEORY

5. निम्न को उदाहरण दिए परिभाषित कीजिए :

मुक्त आलेख, रिक्त आलेख, आधार आव्यूह, ऑपलरी गणित, ऑपलरी आलेख, ऑपलरी पथ, आसक्ति आव्यूह। Define the following with examples :

Multi graph, Null graph, Incidence matrix, Eulerian circuit, Eulerian graph, Eulerian path, Adjacency matrices.

अथवा OR

तिन वीजिए कि यदि n शीर्षों का एक सरल ग्राफ G है जो k संबद्ध पटक रखता है तो G में कोई की महान संख्या $\frac{(n - k)(n - k + 1)}{2}$ होनी है। <http://www.davvonline.com>

Prove that if G be a simple graph with n vertices and has k components, then the maximum number of edges that G can have is $\frac{(n - k)(n - k + 1)}{2}$.

ELEMENTARY STATISTICS

5. यदि X_1 और X_2 दो स्वतन्त्र यादृच्छिक चर हैं तब तिन वीजिए कि $E(X_1 X_2) = E(X_1) \cdot E(X_2)$ है, जहाँ $E(X)$ यादृच्छिक चर X की गणितीय प्रत्याशा प्रदर्शित करता है। If X_1 and X_2 are two independent random variables then show that $E(X_1 X_2) = E(X_1) \cdot E(X_2)$ where $E(X)$ denotes the mathematical expectation of random variable X .

अथवा OR

एक सतत यादृच्छिक चर X जिसका प्रायिकता धनत्र फलन निम्न प्रकार है :

For a continuous random variable X whose probability density function is :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & ; 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & ; \text{अन्यथा otherwise} \end{cases}$$

का माध्य, गांधिका व बहुलक ज्ञात कीजिए। determine mean, median and mode.

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

5. ऑपरेटिंग सिस्टम की आवश्यकता को समझाइये। किसी ऑपरेटिंग मिशन द्वारा किये जाने वाले प्रागुष्ठ कार्य कौन से हैं ? Discuss the need of an Operating System. What are the basic functions performed by any Operating System ?

अथवा OR

विभिन्न प्रकार की कम्प्यूटर स्मृतियों ओर उनके लाभों तथा द्वारियों को बताइये।

Describe various types of Computer Memories and their advantages and disadvantages.

MATHEMATICAL MODELING

6. एकल राष्ट्रीय पापुलेशन मॉडल को समझाइये व इसकी उपति कीजिए। Explain Single Species Population Model and derive it.

अथवा OR

एकल गोत्रनियायिल एवं लॉजिस्टिक पापुलेशन मॉडल को समझाइए।

Explain Exponential and Logistic Population Model.