

September 2017

B. Sc. VIth Semester Special ATKT Examination

MATHEMATICS

Real Analysis, Discrete Mathematics and

Optional : (Graph Theory, Elementary Statistics, Principles of Computer Science,
Mathematical Modeling)

Time 3 Hours]

[Max. Marks : Regular 125 / Private 150

[Min. Marks : Regular 42 / Private 50

नोट : खण्ड अ, ब तथा स सभी नियमित एवं प्रायवेत विद्यार्थियों के लिए अनिवार्य है । प्रत्येक खण्ड में दिये गये निर्देशों का पालन करें । सभी के लिये अंक विभाजन योजना प्रश्नपत्र में वश्या अनुसार होगी । खण्ड 'अ' से प्रश्न क्रमांक 13, 14 एवं 15 एवं खण्ड 'ब' एवं 'स' से प्रश्न क्रमांक 5 में से केवल सम्बन्धित ऐच्छिक प्रश्न ही हल करें । दृष्टि बाधित परीक्षार्थियों के लिये 60 मिनट अतिरिक्त समय की अनुमति है । <http://www.davvonline.com>

Section A, B and C are compulsory for all Regular and Private students. Please follow the instructions, given in each section. Marks distribution for all students are as shown in question paper. Attempt only the parts relevant to the optional chosen in Q. No. 13, 14 and 15 of Section A and Q. No. 5 of both the Section B and C. The blind candidates will be given 60 minutes extra time.

खण्ड अ : वस्तुनिष्ठ Section A : Objective

Regular 15×2=30/Private 15×2=30

1. फलन $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ की समाकलनीयता के लिए एक पर्याप्त कथन है :

(अ) $f, [a, b]$ पर परिबद्ध हो

(ब) $f, [a, b]$ पर एक दिष्ट हो

(स) f , एक डिरिश्ले फलन हो

(द) उपर्युक्त में कोई नहीं ।

A sufficient condition for integrability of the function $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is :

(a) f is bounded on $[a, b]$

(b) f , is monotonic on $[a, b]$

(c) f is a Dirichlet function

(d) None of these.

2. मान लो $f \in \mathbb{R} [a, b]$ तथा मान लो, $[a, b]$ पर एक अवकलनीय फलन इस प्रकार हो कि $F'(x) = f(x), \forall x \in [a, b]$ तब

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ यह परिणाम निम्नांकित रूप में जाना जाता है : <http://www.davvonline.com>

(अ) प्रथम मध्यमान प्रमेय

(ब) द्वितीय मध्यमान प्रमेय

(स) समाकल गणित का आधारभूत प्रमेय

(द) इनमें से कोई नहीं ।

Let $f \in \mathbb{R} [a, b]$ and let F be a differentiable function on $[a, b]$ such that $F'(x) = f(x) \forall$

$x \in [a, b]$, then $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. This result is known as :

(a) First mean value theorem

(b) Second mean value theorem

(c) Fundamental theorem of integral calculus

(d) None of these.

3. किसी विभाजन P के लिए $\int_a^b f(x) dx$ तुल्य है :

(अ) उच्चक $U(P, f)$

(ब) निम्नक $U(P, f)$

(स) उच्चक $L(P, f)$

(द) निम्नक $L(P, f)$ ।

For any partition P , $\int_a^b f(x) dx$ is equal to :

(a) Supremum $U(P, f)$

(b) Intimum $U(P, f)$

(c) Supremum $L(P, f)$

(d) Intimum $L(P, f)$.

4. \mathbb{R} के उप-समुच्चय $\left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$ का सीमा बिन्दु होगा : Limit point of a subset $\left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$ of \mathbb{R} is :

(a) 1

(b) ∞

(c) 0

(d) 2.

5. दूरीक समष्टि में प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम होता है :

(अ) परिबद्ध

(स) एक दिष्ट ह्रासमान

Every convergent sequence in a metric space is :

(a) Bounded

(c) Monotonic decreasing

(ब) अपरिबद्ध

(द) एक दिष्ट वर्धमान ।

(b) Unbounded

(d) Monotonic increasing.

6. निम्न संख्याओं में कौन सी संख्या अपरिमेय संख्या नहीं है : Which one of the following is not an irrational number:

(a) $\sqrt{3}$

(b) $\sqrt{5}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{13}}$

(d) $\frac{1}{\sqrt{81}}$

7. निम्नलिखित में से कौन-सा द-मॉर्गन का नियम है : Which of the following is De-Morgan's law :

(a) $p \wedge q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

(b) $p \vee q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

(c) $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

(d) इनमें से कोई नहीं । None of these.

8. यदि p और q दो कथन हैं तो $p \Rightarrow q$ तुल्य होगा : If p and q are two statements then $p \Rightarrow q$ is equivalent to:

(a) $\sim p \wedge q$

(b) $\sim p \vee q$

(c) $p \wedge \sim q$

(d) $p \vee \sim q$.

9. स्विचन फलन $F(x, y) = x + xy$ के लिये सरल फलन है : <http://www.davvonline.com>

Simplified function for the switching function $F(x, y) = x + xy$ is :

(a) y

(b) xy

(c) x

(d) $x + y$.

10. पूर्ण वियोजनीय प्रसामान्य रूप के बूलियन फलन का मान होता है :

The value of Boolean function in complete disjunctive normal form is :

(a) 1

(b) 0

(c) 2^n

(d) इनमें से कोई नहीं । None of these.

11. यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ और $R = \{(1, 2), (2, 1), (4, 1), (1, 4), (3, 3)\}$ तब सम्बन्ध R है :

(अ) स्वतुल्य

(ब) सममित

(स) प्रतिसममित

(द) संक्रमक ।

If $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $R = \{(1, 2), (2, 1), (4, 1), (1, 4), (3, 3)\}$ then the relation R is :

(a) Reflexive

(b) Symmetric

(c) Anti-symmetric

(d) Transitive.

12. प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N में सम्बन्ध " \leq " है :

(अ) स्वतुल्य एवं सममित दोनों किन्तु संक्रमक नहीं

(ब) स्वतुल्य एवं संक्रमक दोनों किन्तु सममित नहीं

(स) सममित एवं संक्रमक दोनों किन्तु स्वतुल्य नहीं

(द) एक तुल्यता सम्बन्ध ।

The relation " \leq " in the set of natural number N is :

(a) Reflexive and symmetric both not transitive

(b) Reflexive and transitive both but not symmetric

(c) Symmetric and transitive both but not reflexive

(d) An equivalence relation. <http://www.davvonline.com>

GRAPH THEORY

13. n शीर्षों वाले पूर्ण आलेख में कोरों की संख्या होती है : The number of edges in a complete graph of n vertices is:

(a) $\frac{n}{2}$

(b) $\frac{n(n+1)}{2}$

(c) $\frac{n(n-1)}{2}$

(d) $n^2 - 1$.

14. एक अदिष्ट ग्राफ एक आयलेरियन पथ रखता है यदि यह सम्बद्ध है । और दो शीर्ष हों :

(अ) विषम घात

(ब) समघात

(स) एक विषम घात और दूसरा सम घात

(द) कोई नहीं ।

An undirected graph possesses an Eulerian Path if it connected and has two vertices :

(a) Odd degree

(b) Even degree

(c) One odd degree and other even degree

(d) None of these.

15. एक ट्री जिसकी एक चोटी दूसरों से भिन्न होती है कहलाती है :

(अ) डिजनरेट ट्री

(ब) जनक ट्री

(स) स्टेड ट्री

(द) इनमें से कोई नहीं ।

The tree whose one vertex differs from other is called :

(a) Degenerate tree

(b) Spanning tree

(c) Rooted tree

(d) None of these.

ELEMENTARY STATISTICS

13. प्रसरण गुणांक को मात करने का सूत्र है : The formula for the measure of coefficient of variation is :
 (a) $\frac{\sigma}{M}$ (b) $\frac{M}{\sigma}$ (c) $\frac{\sigma}{M} \times 100$ (d) $\frac{M}{\sigma} \times 100$
14. $E(x - \bar{x})$ का मान है : The value of $E(x - \bar{x})$ is :
 (a) 0 (b) 1
 (c) x (d) इनमें से कोई नहीं | None of them.
15. द्विपद बंटन $(a + P)^n$ के लिये माध्य होता है : The mean for binomial distribution $(a + P)^n$ is :
 (a) nP (b) nPq
 (c) $nPq + n^2P^2$ (d) इनमें से कोई नहीं | None of them.

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

13. विंडो है : Windows is : <http://www.davvonline.com>
 (a) Graphics User Interface (b) Character User Interface
 (c) Command User Interface (d) None.
14. CPU का फुल फॉर्म है : CPU stand for :
 (a) Central Process Unit (b) Central Processing Unit
 (c) Control Process Unit (d) Central Processing Unit.
15. RAM है : RAM is :
 (a) RANDOM Accessible Memory (b) RANDOM Access Memory
 (c) Read Only Memory (d) None.

MATHEMATICAL MODELING

13. एक कण द्वारा t समय में तय की गई दूरी x है तब त्वरण है :
 If x is the distance travelled by particle in time t , then acceleration is :
 (a) $\frac{d^2x}{dt^2} = v \frac{dv}{dx}$ (b) $\frac{d^2x}{dt^2} = x \frac{dx}{dt}$
 (c) $\frac{d^2x}{dt^2} = x^2 \frac{dx}{dt}$ (d) इनमें से कोई नहीं | None of these.
14. मान लीजिए की मात्रा $y = y(t)$ में एक घातीय वृद्धि है और $k > 0$ एक कन्स्टेन्ट है तब $y(t)$ के पहले क्रम अन्तर समीकरण को संतुष्ट करता है तो $\frac{dy}{dt} = \dots$ होगा :
 Suppose that a quantity $y = y(t)$ has an exponential growth model with growth constant $k > 0$, then $y(t)$ satisfies a first order differential equation of the form $\frac{dy}{dt} = \dots$ will be :
 (a) ak^2 (b) ky
 (c) ky^2 (d) इनमें से कोई नहीं | None of these.
15. मान लीजिए कि रेडियोधर्मी तत्व का आधा जीवन 1 मिनट है यदि तत्व का 32 ग्राम एक कंटेनर में 1.00 बजे उपलब्ध होता है, फिर 1.05 बजे शेष राशि होगी : <http://www.davvonline.com>
 Suppose that the half-life of a radioactive element is 1 minute. If 32 of the element are available in a container at 1.00 pm, then the amount remaining at 1.05 p.m. will be :
 (a) 2 gm (b) 4 gm (c) 1 gm (d) 2 gm.

खण्ड ब : लघु उत्तरीय Section B : Short Answer

Regular 5×5=25/Private 5×8=40

1. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक एकदिष्ट फलन रिमान समाकलनीय होता है ।
 Prove that every monotonic function is Riemann integrable.

अथवा OR

यदि $f \in R[a, b]$, तब $|f| \in R[a, b]$ तब सिद्ध कीजिए कि $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$

If $f \in R[a, b]$, then $|f| \in R[a, b]$ and then prove that $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$

2. माना कि एक प्रतिचित्रण $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ निम्न प्रकार परिभाषित है :
Let a mapping $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be defined as follows :

$$d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + |x - y|} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

तो सिद्ध कीजिए कि d, \mathbb{R} पर एक दूरीक है ।
then prove that d is a metric on \mathbb{R} .

अथवा OR

सिद्ध कीजिए किसी दूरीक समष्टि में, परिमित संख्या में विवृत समुच्चयों का सर्वनिष्ठ विवृत होता है ।
Prove that in a metric space, the intersection of a finite number of open sets is open.

3. सिद्ध कीजिए कि $(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$ एक पुनरुक्ति है ।
Prove that $(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$ is a tautology. <http://www.davvonline.com>

अथवा OR

सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित कथन तार्किकतः तुल्य है :
Prove that the following statements are logically equivalent :

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r).$$

4. निम्नलिखित बूलियन फलन को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में व्यक्त कीजिए :
Express the following function in conjunctive normal form :
 $f(x, y, z) = (xy' + xz)' + x'$

अथवा OR

निम्न प्रवाह फलन के लिए द्विपद-जाल की रचना कीजिये :
Draw a binomial net for the flow function :

$$x' \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x \cdot y \cdot z' + x' \cdot y' \cdot z'$$

GRAPH THEORY

5. यदि ग्राफ $G = (V, E)$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$ $|V| = 5$, $|E| = 7$ से परिभाषित है, तो इस ग्राफ G का आसन्नता आव्यूह एवं आयतन आव्यूह ज्ञात कीजिये ।
If a graph $G = (V, E)$ is defined by $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_5), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_5)\}$ $|V| = 5$, $|E| = 7$.

अथवा OR

निम्नलिखित बीजीय व्यंजकों के द्विचर वृक्षों में निरूपित कीजिये :
Express the following algebraic expression in binary trees :

- (a) $(x - y) + ((y + z) + w)$ <http://www.davvonline.com>
(b) $((a * b) + c) - d \times (e + f)$
(c) $((a \times b) \times c) + (d + e) - (f - (g \times h))$.

ELEMENTARY STATISTICS

5. यदि यादृच्छिक चर x का प्रायिकता घनत्व फलन :
If the probability density function of the random variable x is given by :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & , \quad -1 < x < 2 \\ 0 & , \quad \text{अन्यथा otherwise} \end{cases}$$

हो तो इसका आघूर्णजनक फलन ज्ञात कीजिये ।
then find its m. g. f.

अथवा OR

प्रायसन बंटन के लिए सिद्ध कीजिए कि :
For Poisson's distribution prove that :

$$\sqrt{\beta_1} (B_2 - 3) m_6 = 1$$

जहां प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं ।
where symbols have their usual meaning.

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

5. DOS और Window में अंतर स्पष्ट कीजिए ।
Differentiate between DOS and Window.

अथवा OR

बदलिए : Convert :

$$(121)_{10} = (?)_2 = (?)_8 = (?)_{16}$$

MATHEMATICS MODELING

5. एक पातीय वृद्धि के तीन गुना के लिए के सूत्र ज्ञात कीजिए ।
Find a formula for the tripling time of an exponential growth model.

अथवा OR

पातीय वृद्धि मॉडल और रसाद (लॉजिस्टिक) विकास मॉडल की सीमाओं को समझाइए ।
Write the limitations of exponential growth model and logistic growth model.

खण्ड स : दीर्घ उत्तरीय Section C : Long Answer

Regular 5×14=70/Private 5×16=80

1. यदि $f(x) = x^2$, $x \in [0, a]$, $a > 0$ तो दर्शाइये कि $f \in R[0, a]$ तथा $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$ ।

Let $f(x) = x^2$ and $[0, a]$, $a > 0$. Show that $f \in R[0, a]$ and $\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$.

<http://www.davvonline.com>

अथवा OR

मान लो $f \in R[a, b]$ तथा मान लो $F[a, b]$ पर एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $F'(x) = f(x) \forall x \in [a, b]$ तो सिद्ध कीजिए कि :

Let $f \in R[a, b]$ and let F be a differentiable function on $[a, b]$ such that $F'(x) = f(x) \forall x \in [a, b]$ then prove that :

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

2. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है ।
Prove that $\sqrt{3}$ is an irrational number.

अथवा OR

R में आर्किमिडीज गुणधर्म का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये ।

State and prove Archimedean property in R.

3. निम्न बूलियन फलन के लिए परिपथ बनाइये और उसे सरल रूप में व्यक्त कीजिए :
Draw a circuit for the following Boolean function and replace it by a simpler one :

$$F(x, y, z) = x \cdot z + [y \cdot (y' + z) \cdot (x' + x \cdot z')].$$

अथवा OR

निम्नलिखित व्यंजक का तर्क परिपथ आरेखित कीजिये :

Draw the logic circuit for the following expression : <http://www.davvonline.com>

$$(x + y) \cdot (x' + y' + z') \cdot (y' \cdot z').$$

4. यदि समुच्चय A में R एक तुल्यता सम्बन्ध है, तो सिद्ध कीजिये कि R^{-1} समुच्चय A में एक तुल्यता सम्बन्ध है ।
If R is an equivalence relation in the set A, then prove that R^{-1} is an equivalence relation in the set A.

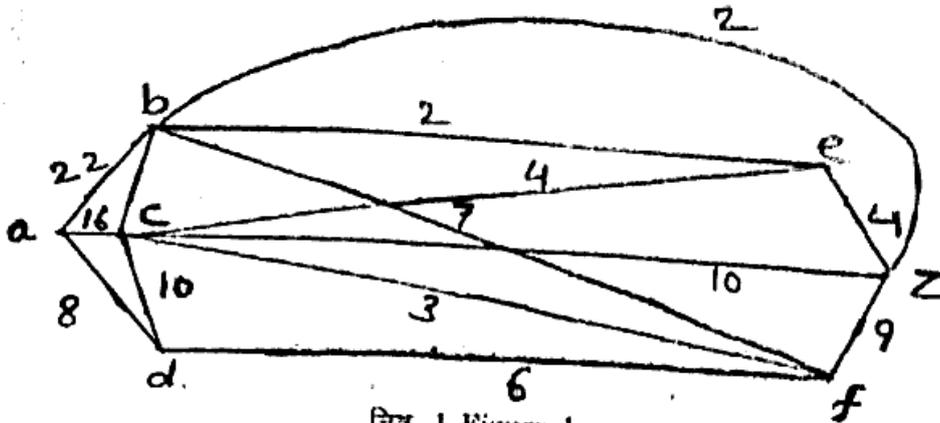
अथवा OR

मान लो L, 12 के सभी गुणनखण्डों का समुच्चय है और मानलो '1', L पर विभाज्यता सम्बन्ध है । दर्शाइये कि (L, 1) एक लैटिस है ।

Let L be the set of all factors of 12 and let '1' be the divisibility relation on L. Show that (L, 1) is a lattice.

GRAPH THEORY

5. निम्नांकित आलेख में a से z तक का लघुतम पथ ज्ञात कीजिये ;
Find shortest path between a to z for following figure :



चित्र 1 Figure 1

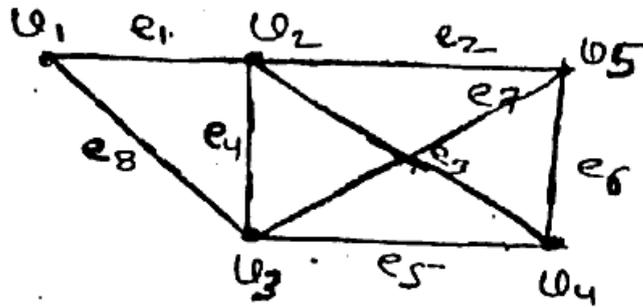
यदि कोई डाटा नहीं दिया जाय तो उसे माना जा सकता है ।

If some data is not given you may assume that. <http://www.davvonline.com>

अथवा OR

- (अ) निम्नलिखित ग्राफ की जाति एवं शून्यता ज्ञात कीजिये :

Find the rank and nullity of the following graph :



चित्र 2 Figure 2

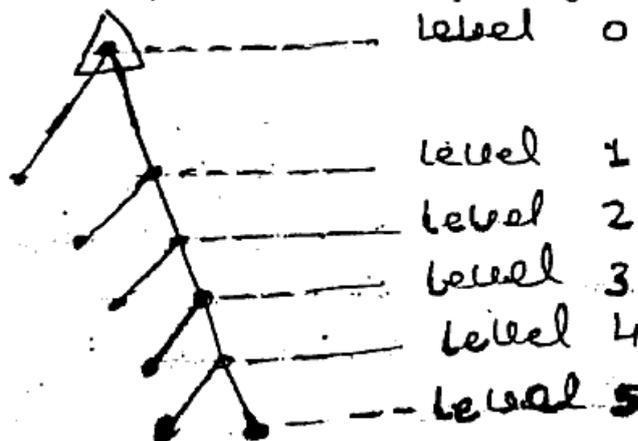
- (ब) एक पानी की टंकी (form) जिसमें दीवारें बनी हुई हैं 7 प्लांट हैं तथा सभी प्लांट पानी से भरे हैं । ज्ञात कीजिए कि कितनी दीवारों को तोड़ा जाये कि सभी प्लांट में से भरा हुआ पानी बाहर निकल जाये ।

If a form (water tank) consisting of seven walled plots of land and these plots are full of water them. Find out how many walls will have to be broken so that the complete water can be drained out. <http://www.davvonline.com>

- (स) चार शीर्षों का एक पूर्ण आलेख बनाइये तथा इसमें स्थिति सभी जनक द्री को ज्ञात कीजिये ।

Draw a complete graph of four vertices and find all spanning trees in this graph.

- (द) निम्नलिखित द्विचर द्री की पथ लम्बाई ज्ञात कीजिये : Find the path length of the following Binary Tree :



चित्र 3 Figure 3.

ELEMENTARY STATISTICS

JS-637-N

5. निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के लिए माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए :
Find the mean and standard deviation for the following frequency distribution :
- | | | | | | |
|---------------------|-------|--------|---------|---------|---------|
| वर्ग (Class) | 0 - 6 | 6 - 12 | 12 - 18 | 18 - 24 | 24 - 30 |
| आवृत्ति (Frequency) | 8 | 10 | 12 | 9 | 5 |

अथवा OR

- निम्नलिखित प्रायिकता वितरण $E(x)$, $E(x^2)$ ज्ञात कीजिए :
Find $E(x)$, $E(x^2)$ for the following probability distribution :
- | | | | | | |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| x | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| $P(x)$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{12}$ |

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

5. Operating System को उसके टाईप के साथ समझाइए। <http://www.davvonline.com>
Explain Operating System with its type.

अथवा OR

- मेमोरी क्या है ? Mass स्टोरेज को समझाइए।
What is Memory ? Explain Mass Storage.

MATHEMATICAL MODELING

5. जनसंख्या वृद्धि और क्षय मॉडल का कथन लिखिए व इसे सिद्ध कीजिए।
State and prove population Growth and Decay model.

अथवा OR

- लॉजिस्टिक पापुलेशन वृद्धि मॉडल को प्राप्त कीजिए।
Derive logistic law of population growth model.

<http://www.davvonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से