

April - May 2017
B. Sc. VIth Semester Examination

MATHEMATICS

Real Analysis, Discrete Mathematics and
Optional : Graph Theory, Elementary Statistics, Principles of Computer Science,
Mathematical Modelling.

Time 3 Hours

Max. Marks : Regular 125 / Private 150

Min. Marks : Regular 42 / Private 50

नोट : चाहे अ. वं बा. वं तथा उसकी नियमित दूरं प्रवर्तन विधिओं के लिए जारी होना चाहिए। प्रत्येक चाहे में दिये गये नियमों का उल्लंघन करें। उपर्युक्त के लिये अंक विभाग योग्यता प्राप्तवार में दरावि अनुसार होनी। चाहे 'अ' के प्रमाणांक 13, 14 दूरं 15 दूरं चाहे 'ब' के प्रमाणांक 5 में से केवल सम्बन्धित पृष्ठिक अभि हो होने चाहे। इन्हि चाहिए उपर्युक्त विधिओियों के लिये 60 मिनिट अतिरिक्त समय की अनुमति है। <http://www.davvonline.com>

Section A, B and C are compulsory for all Regular and Private students. Please follow the instructions given in each section. Marks distribution for all students are as shown in question paper. Attempt only the parts relevant to the optional chosen in Q. No. 13, 14 and 15 of Section A and Q. No. 5 of both the Section B and C. The blind candidates will be given 60 minutes extra time.

चाहे अ : वस्तुनिष्ठ Section A : Objective

Regular 15x2=30 Private 15x2=30

1. यदि $f(x) = c \forall x \in [a, b]$ तब $\int_a^b f(x) dx$ का मान होगा :

If $f(x) = c \forall x \in [a, b]$ then the value of $\int_a^b f(x) dx$ will be :

- (a) c (b) 0 (c) $c(a - b)$ (d) $c(b - a)$.

2. किसी विभागन के P के लिए $\int_a^b f(x) dx$ का मान होगा :

- (अ) उच्चक U(P, f)
(ब) उच्चक L(P, f)

- (व) निम्नक U(P, f)
(द) निम्नक L(P, f)

Any partition P, $\int_a^b f(x) dx$ is equal to : <http://www.davvonline.com>

- (a) Supremum U(P, f) (b) Infimum U(P, f)
(c) Supremum L(P, f) (d) Infimum L(P, f)

3. यदि $F'(x) = f(x) \forall x \in [a, b]$ तब $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ यह चरित्रण नियमित रूप से जाना जाता है :
(अ) प्रथम नियमित व्याप्ति
(ब) द्वितीय नियमित व्याप्ति
(स) समाकलन नियमित का अध्यारमूल व्याप्ति
(द) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

If $F'(x) = f(x)$ for all $x \in [a, b]$ then $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. Then result is known as :

- (a) First Mean Value Theorem (b) Second Mean Value Theorem
(c) Fundamental Theorem (d) None of these.

4. R के उप-समुच्छव $\{1, 1/2, 1/3, \dots\}$ का सीमा विन्दु होगा : Limit point of a subset $\{1, 1/2, 1/3, \dots\} \subset R$ is :
(a) 1 (b) ∞ (c) 0 (d) 2

5. द्विमिति में प्रत्येक कोणी अनुक्रम होता है :
(अ) अमिहारि (ब) अपरिवृद्ध (स) परिवृद्ध (द) इनमें से कोई नहीं।

Every Cauchy sequence is a metric space is :

- (a) Convergent (b) Divergent (c) Bounded (d) None of these.

6. फलन $f(x) = |x|$, मूल बिन्दु पर है :
 (अ) संतत
 (स) (अ) तथा (ब) दोनों
 Function $f(x) = |x|$ at origin is :
 (a) Continuous
 (c) (a) and (b) both
 (b) Differentiable
 (d) None of these.

(ब) अवकलनीय
 (द) इनमें से कोई नहीं।

7. निम्नलिखित में से कौन सा डी-मार्गन का नियम है :
 Which of the following is De-Morgan's Law : <http://www.davvonline.com>
 (a) $p \wedge q \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
 (b) $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
 (c) $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
 (d) $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

8. बूलीय बीजगणित में कौन सा कथन सत्य है :
 Which of the following statement is true for Boolean algebra :
 (a) $(x + y)' = x' + y'$
 (b) $(x \cdot y)' = x' \cdot y'$
 (c) $(x + y)' = x' \cdot y'$
 (d) $(x \cdot y)' = x + y$.

9. स्विचिंग फलन $F(x, y) = x + xy$ के लिए सरल फलन है :
 Simplified function for the switching function $F(x, y) = x + xy$ is :
 (a) y
 (b) xy
 (c) x
 (d) $x + y$

10. बूलीय फलन $x' \cdot y + x \cdot y' + x' \cdot y'$ का पूरक होगा :
 Complement of the Boolean function $x' \cdot y + x \cdot y' + x' \cdot y'$:
 (a) $x + y$
 (b) $x \cdot y$
 (c) $(x + y)'$
 (d) $x' + y'$

11. यदि $A = \{1, 3, 5\}$ और $R = \{(1, 3), (1, 5), (3, 5)\}$ तब सम्बन्ध R है :
 If $A = \{1, 3, 5\}$ and $R = \{(1, 3), (1, 5), (3, 5)\}$ then the relation R is :
 (अ) स्वतुल्य
 (स) प्रतिसममित
 (a) Reflexive
 (b) Symmetric
 (c) Antisymmetric
 (d) Transitive.
 (ब) सममित
 (द) संक्रमक।

12. n चरों में न्यूनतम बूलीय फलनों की संख्या : The number of minimal Boolean function in n variables is :
 (a) n
 (b) $2n$
 (c) 2^n
 (d) n^2

GRAPH THEORY

13. n शीर्षों वाले एक सरल ग्राफ में कोरों की महत्तम संख्या : <http://www.davvonline.com>
 The maximum number of edge in a sample graph of n vertices :
 (a) $\frac{n}{2}$
 (c) $\frac{n(n-1)}{2}$
 (b) $\frac{n(n+1)}{2}$
 (d) $n^2 - 1$

14. एक सम्बद्ध ग्राफ G एक आयलेरियन ग्राफ होता है यदि G में प्रत्येक शीर्ष की घात है :
 (अ) विषम
 (स) दो से अधिक
 (a) Odd
 (c) More than 2
 (ब) सम
 (द) इनमें से कोई नहीं।
 A connected graph G is an Eulerian graph if the degree of every vertex in G is ;
 (b) Even
 (d) None of these.

15. n शीर्षों सहित एक ट्री रखता है :
 (अ) n कोरें
 (स) $(n+1)$ कोरें
 (a) n edges
 (c) $(n+1)$ edges
 (ब) $(n-1)$ कोरें
 (द) $(n-2)$ कोरें।
 The tree with n vertices has :
 (b) $(n-1)$ edges
 (d) $(n-2)$ edges.

ELEMENTARY STATISTICS

13. यदि $f(x) = Cx^2$, $0 < x < 1$ एक प्रायिकता प्रतल फलन है तब अचर C का मान होगा :
 (a) 1 (b) 1/3 (c) 3 (d) कोई नहीं।
 If $f(x) = Cx^2$; $0 < x < 1$ is a probability density function then value of constant C is :
 (a) 1 (b) 1/3 (c) 3 (d) None.
14. यदि $E(X) = 3$ है, तब $E(X^2) =$ If $E(X) = 3$, then $E(X^2) =$
 (a) 2 (b) 9
 (c) 3 (d) इनमें से कोई नहीं। None of these.
15. यदि X_1 और X_2 दो स्वतन्त्र यादृच्छिक चर हैं जहाँ $X_1 \sim B(5, 1/2)$ तथा $X_2 \sim B(5, 1/2)$ तब $X_1 + X_2$ का बटन होगा :
 If X_1 and X_2 are two independent random variables such that $X_1 \sim B(5, 1/2)$ and $X_2 \sim B(5, 1/2)$ then $X_1 + X_2$ will be distributed as : <http://www.davvonline.com>
 (a) $B(5, 1/2)$ (b) $B(10, 1/2)$
 (c) $B(5, 1/4)$ (d) $B(10, 1/4)$

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

13. निम्नलिखित में से क्या कम्प्यूटर के मदरबोर्ड का भाग नहीं है :
 (a) BIOS (b) मेमोरी
 (c) माइक्रोप्रोसेसर (d) मॉनीटर।
 What is not part of the Motherboard of a Computer :
 (a) BIOS (b) Memory
 (c) Microprocessor (d) Monitor.
14. ऑपरेटिंग सिस्टम निम्न में से किस तरह का सॉफ्टवेयर है :
 (a) कम्प्युनिकेशन (b) एप्लीकेशन
 (c) सिस्टम (d) वर्ड प्रोसेसिंग सॉफ्टवेयर।
 The Operating System is the most common type of Software :
 (a) Communication (b) Application
 (c) System (d) Word Processing Software.
15. यूनिक्स है :
 (a) कम्प्यूटर का नाम <http://www.davvonline.com> (b) प्रोसेसर का नाम
 (c) ऑपरेटिंग सिस्टम का नाम (d) कीबोर्ड का नाम।
 The UNIX is :
 (a) The name of Computer (b) Name of Processor
 (c) The name of Operating System (d) Name of Keyboard.

MATHEMATICAL MODELING

13. मॉडल समीकरण $\frac{dN}{dt} = \lambda N(C - N)$, $\lambda > 0$, $c > 0$ का प्रकार है :
 (a) रैखिक (b) अरैखिक
 (c) विविक्त (d) इनमें से कोई नहीं।
 Type of the model equation $\frac{dN}{dt} = \lambda N(C - N)$, $\lambda > 0$, $c > 0$ is :
 (a) Linear (b) Non-linear
 (c) Discrete (d) None of these.
14. निकाय $\frac{dx}{dt} = f(x, y)$, $\frac{dy}{dt} = g(x, y)$ में स्थायित्व के लिए आवश्यक शर्त है :
 The necessary condition for steady state for a system $\frac{dx}{dt} = f(x, y)$, $\frac{dy}{dt} = g(x, y)$ is :
 (a) $\frac{dx}{dt} = 0$; $\frac{dy}{dt} = 0$ (b) $\frac{dx}{dt} = 0$; $\frac{dy}{dt} \neq 0$
 (c) $\frac{dx}{dt} \neq 0$; $\frac{dy}{dt} = 0$ (d) $\frac{dx}{dt} \neq 0$; $\frac{dy}{dt} \neq 0$.

15. दो विमीय निकाय में यदि आईगन गान $\lambda_1 > 0$ तथा $\lambda_2 > 0$ हो तो होगा :
 (a) स्टेबल नोड
 (b) अस्टेबल नोड
 (c) केंद्र
 (d) फॉकस
- In a two dimensional system if eigen values are $\lambda_1 > 0$ and $\lambda_2 > 0$ then there will be :
 (a) Stable node
 (b) Unstable node
 (c) Centre

खण्ड ब : लघु उत्तरीय Section B : Short Answer

1. यदि $P, [a, b]$ का एक विभाजन है तथा f अन्तराल $[a, b]$ पर परिभाषित वास्तविक गान फलन है और m तथा M निम्न तथा उपरि परिवर्ण हैं तो :
 $m(b-a) \leq L(P, f) \leq U(P, f) \leq M(b-a)$
 If f be a real valued bounded function defined on $[a, b]$ and m and M are the infimum (glb) and supremum (lub) of $f(x)$ in $[a, b]$ then for any partition P of $[a, b]$ we have :
 $m(b-a) \leq L(P, f) \leq U(P, f) \leq M(b-a)$

अथवा OR

सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक सतत फलन रीमान समाकलन होता है। <http://www.davvonline.com>

Prove that every continuous function defined on $[a, b]$ is Riemann integrable.

2. एक दूरिक समष्टि (X, d) में सिद्ध कीजिये कि :
 $|d(x, z) - d(y, z)| \leq d(x, y) \quad \forall x, y, z \in X$
 In a metric space (X, d) prove that :
 $|d(x, z) - d(y, z)| \leq d(x, y) \quad \forall x, y, z \in X$

अथवा OR

किसी दूरिक समष्टि में प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम एक कौशी अनुक्रम होता है।

Every convergent sequence in a metric space is a Cauchy Sequence.

3. सत्यता सारणी द्वारा सिद्ध कीजिये कि "यदि p का तात्पर्य q और q का तात्पर्य r है तो p का तात्पर्य r है।"
 Show that $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ is tautology.

अथवा OR

डी-मॉर्गन का नियम : बूलीय बीजगणित B के सभी अवयवों a तथा b के लिए :

De-Morgan's Law : For any two element a and b of Boolean algebra B we have :

(i) $(a \cdot b)' = a' + b'$ (ii) $(a + b)' = a' \cdot b'$

4. निम्नलिखित बूलीय फलनों का संयोजन प्रसामान्य रूप में लिखिये :

Write the following function into conjunctive normal form, in which maximum number of variables is used : <http://www.davvonline.com>

- (i) $f(x, y) = x + x' \cdot y'$.
 (ii) $f(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + (x+y)(x+z)$.
 (iii) $f(x, y, z) = (x \cdot y' + x \cdot z') + x'$.

अथवा OR

फलन $f = (x' u + x' v' s + yu + y v' s)(x' + z + w' + v' s)(y + z + w' + u)$ के लिए एक सेटु कीजिये।

Draw the bridge circuit for the following function :

$$f = (x' u + x' v' s + yu + y v' s)(x' + z + w' + v' s)(y + z + w' + u).$$

GRAPH THEORY

5. यदि एक ग्राफ $G = (V, E)$, $V = \{V_1, V_2, V_3\}$, $E = \{(V_1, V_2), (V_2, V_3), (V_1, V_3)\}$ से परिभाषित है, तो इस ग्राफ G का आसन्नता आव्यूह तथा आयतन आव्यूह ज्ञात कीजिए।

In a graph $G = (V, E)$, $V = \{V_1, V_2, V_3\}$ and $E = \{(V_1, V_2), (V_2, V_3), (V_1, V_3)\}$, find the adjacency matrix and the incidence matrix of the graph G.

अथवा OR

चार शीर्षों का एक पूर्ण आलेख बनाइये तथा इसमें स्थित सभी जनक ट्री को ज्ञात कीजिए।

Draw a complete graph of four vertices and find all spanning trees in this graph.

ELEMENTARY STATISTICS

5. एक सतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = 3x^2; 0 < x < 1$, a और b का मान ज्ञात कीजिए जब :
 For a continuous random variable X the probability density function is $f(x) = 3x^2; 0 < x < 1$.
 Determine value of a and b such that :

$$(i) P(X \leq a) = P(X > b) \quad (ii) P(X > b) = 0.05$$

अथवा OR

यदि एक यादृच्छिक चर X का आघूर्ण जनक फलन $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} e^t\right)^5$ है तब $P(X = 2)$ ज्ञात कीजिए ।

If the moment generating function of a random variable X is $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} e^t\right)^5$ then find $P(X = 2)$.

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

5. रूपान्तर कीजिए : Convert : <http://www.davvonline.com>

$$(90)_{10} = (?)_2 = (?)_8 = (?)_{16}$$

अथवा OR

मेमोरी क्षमता क्या होती है ? विभिन्न प्रकार की मेमोरी इकाईयों को समझाइये ।

What is Memory Capacity ? What are different units of memory ?

MATHEMATICAL MODELING

5. लॉजिस्टिक विकास मॉडल क्या है ? रचना कीजिए ।
 What is Logistic Growth Model ? Formulate it.

अथवा OR

अवकल समीकरण से एक जनसंख्या हास मॉडल समझाइये ।

Explain a Population Decay Model by a differential equation.

खण्ड स : दीर्घ उत्तरीय Section C : Long Answer

Regular 5x14=70/Private 5x16=80

1. दर्शाइये कि यदि $[a, b]$ पर $f(x) = K \forall x \in [a, b]$ द्वारा परिभाषित है जहाँ K एक अचर है $F \in R[a, b]$ तथा $\int_a^b K dx = K(b - a)$.

Show that if f is defined on $[a, b]$ by $f(x) = K \forall x \in [a, b]$ where K is constant then $F \in R[a, b]$ then find the value of $\int_a^b K dx = K(b - a)$.

अथवा OR

यदि $F \in R[a, b]$ तथा $|f| \in R[a, b]$ तब then $\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|$.

2. दर्शाइये कि $\sqrt{8}$ एक परिमेय संख्या नहीं है । <http://www.davvonline.com>
 Show that $\sqrt{8}$ is not a rational number.

अथवा OR

मान लो (X, d) तथा (Y, p) दो दूरीक समष्टियों हैं और $f: X \rightarrow Y$ एक फलन है । तब f संतत होगा यदि और यदि केवल $f^{-1}(G)$, X में विवृत है जब कभी G , Y में विवृत है ।

Let (X, d) and (Y, p) be two metric spaces and $f: X \rightarrow Y$ be a function. Then f is continuous iff $f^{-1}(G)$ is open in X whenever G is open in Y .

3. निम्न बूलीय फलन के लिए परिपथ बनाइये और सरल रूप में व्यक्त कीजिये :

$$F(x, y, z) = x \cdot z + [y \cdot (y' + z) \cdot (x' + z \cdot z')]$$

Draw the circuit for the following Boolean function and replace it by a simpler one.

$$F(x, y, z) = x \cdot z + [y \cdot (y' + z) \cdot (x' + x \cdot z')]$$

अथवा OR

सिद्ध कीजिये कि : Prove that :

$$(a) (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$(b) (\neg p \wedge q) \vee \neg q \equiv \neg(p \wedge q)$$

4. तीन चरों में पूर्ण विजोयनी प्रसागान्त्र रूप के बूलीय फलन का गात 1 होता है । सिद्ध कीजिए ।
Find complete disjunctive normal form in three variable and show that its value is 1.

अथवा OR

यदि समुच्चय A में R एक तुल्यता सम्बन्ध है, तो सिद्ध कीजिए कि R^{-1} समुच्चय A में एक तुल्यता सम्बन्ध है ।
If R is an equivalence relation in the set A then prove that R^{-1} is an equivalence relation in the set A. <http://www.davvonline.com>

GRAPH THEORY

5. निम्न को परिभाषित कीजिए :

- (अ) आलेख
- (ब) बहु आलेख
- (स) रिक्त आलेख
- (द) आपतन आव्यूह
- (इ) जनक उपआलेख
- (फ) आसन्नता आव्यूह
- (ज) भारित आलेख ।

Define the following :

- (a) Graph
- (b) Multi Graph
- (c) Null Graph
- (d) Incidence Matrix
- (e) Spanning Subgraph
- (f) Adjacency Matrix
- (g) Weighted Graph.

अथवा OR

वृक्ष की परिभाषा दीजिए तथा सिद्ध कीजिए :

- (अ) एक द्री T में शीर्षों के प्रत्येक युग्म के बीच एक और केवल एक पथ होता है ।
- (ब) n शीर्षों वाले एक द्री में $(n - 1)$ कोरे होती हैं ।

Define the tree and prove that :

- (a) There is one and only one path between every pair of vertices in a tree T.
- (b) A tree with n vertices has $(n - 1)$ edges. <http://www.davvonline.com>

ELEMENTARY STATISTICS

5. एक सिक्के को शीर्ष मिलने तक उछाला जाता है । उछालों की संख्या की प्रत्याशा ज्ञात कीजिए ।
A coin is tossed till head appears. Determine the expectation of number of tosses required.

अथवा OR

चासों बट्टन के आधूर्ण जनक फलन को व्युत्पन्न कीजिए तथा दिखाइये कि इसके माध्य के परितः प्रथम तीनों आधूर्ण समान हैं ।
Derive the moment generating function of Poisson distribution and hence show that for the distribution first three moments about mean are equal.

PRINCIPLES OF COMPUTER SCIENCE

5. विभिन्न प्रकार के ऑपरेटिंग सिस्टम क्या होते हैं ? इनमें से किन्हीं दो को समझाइये ।
What are different types of Operating System ? Describe any two of them.

अथवा OR

सिंगल यूजर एवं मल्टी यूजर ऑपरेटिंग सिस्टम में अन्तर बताइये तथा उदाहरण भी दीजिए ।
Differentiate between Single User and Multi User Operating System. Give examples also.

MATHEMATICAL MODELING

- प्र० एक विशेष रूप में मानवों की जनसंख्या के विकास और विभाग को अवलम्बन करिए।
- $$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{1000} (1600 - x) x$$

यह समीक्षण $\frac{dx}{dt} + kx = 0$ का है जहाँ $x(0) = 2000$ । यह समीक्षण के कानून में जाति विभाग, तथा x का $t \rightarrow \infty$ पर व्यवहार दर्शाएगा।

The differential equation

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{1000} (1600 - x) x$$

describe the growth and regulation of a fish population in an empty region of the sea. At time $t = 0$, $x(0) = 2000$. Find x as a function of t . Describe the behaviour of x as $t \rightarrow \infty$.

अथवा OR

मॉडलिंग के लाभ एवं सीमाओं का सर्वांगीकृत विवेच्य।

Explain the area and Limitations of Modeling.