

June 2021
B. Sc. III Year (3 Y. D. C.) Examination

गणित
MATHEMATICS
द्वितीय प्रश्नपत्र : वास्तविक एवं सम्मिश्र विश्लेषण
PAPER II : REAL AND COMPLEX ANALYSIS

[Max. Marks : Regular 40 / Private 50

[Min. Marks : Regular 13 / Private 17

विशेष निर्देश : प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 250 शब्द है। उत्तर पुस्तिका के अधिकतम पृष्ठों की संख्या 16 होगी।
Word limit for answer of each question is 250 words. The maximum number of pages of answer book is 16.

नोट : समस्त प्रश्न सभी नियमित एवं स्वाध्यायी विद्यार्थियों के लिए अनिवार्य है। सभी के लिए अंक विभाजन योजना प्रश्नपत्र में दर्शाये अनुसार होगी।

All questions are compulsory for all Regular and Private students. Marks distribution for all students are as shown in question paper.

Regular $5 \times 8 = 40$ / Private $5 \times 10 = 50$

1. सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक सतत फलन समाकलनीय होता है।
Show that every continuous function is Riemann integrable.
2. अभिसारिता का परीक्षण कीजिए : Test the converges of :

$$\int_0^2 \frac{\log x}{\sqrt{2-x}} dx.$$
3. सिद्ध कीजिए कि दूरीक समष्टि में प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम एक कौशी अनुक्रम होता है।
Prove that every convergent sequence in a metric space is a Cauchy sequence.
4. मान लो (X, d) तथा (Y, ρ) दो दूरीक समष्टियां है और $f : X \rightarrow Y$ एक फलन है। तब f संतत है यदि और केवल यदि $f^{-1}(F)$, X में संवृत है जब कभी F , Y में संवृत है।
Let (X, d) and (Y, ρ) be two metric spaces and $f : X \rightarrow Y$ be a function. Then f is continuous if and only if $f^{-1}(F)$ is closed in X , whenever F is closed in Y .
5. सिद्ध कीजिए कि फलन $u = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ लाप्लास समीकरण को संतुष्ट करता है और संगत विश्लेषिक फलन $u + iv$ को ज्ञात कीजिए।
Prove that the functions $u = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ satisfied Laplace's equation and determined corresponding analytics function $u + iv$.
