

June 2017  
B. Sc. IIInd Semester Examination  
MATHEMATICS

Advanced Calculus, Differential Equations and Vector Calculus

Time 3 Hours

**DAVVonline.com**

[Max Marks : Regular 125 / Private 110]  
[Min Marks : Regular 42 / Private 36]

**नोट :** छात्र अ, ब तथा सभी नियमित एवं स्थायी परीक्षार्थियों के लिए अनिवार्य है। प्रत्येक छात्र में सभी नियमित परीक्षार्थियों का पालन होता है। सभी के लिए अंक विभाजन संसद अनुच्छेद में दर्शाया अनुसार होता है। इसी विभाजन के लिए 60 मिनिट अनिवार्य समय की अनुमति है।  
Section A, B and C are compulsory for all Regular and Private students. Please follow the instructions given in each section. Marks distribution for all students are as shown in question paper. The blind candidates will be given 60 minutes extra time.

**छात्र अ : बास्तुनिष्ठ Section A : Objective**

Regular 15×2=30/Private 15×1=15

1. यदि  $y = e^{3x+4}$  हो तब  $y_n$  का मान होगा : If  $y = e^{3x+4}$ , then the value of  $y_n$  is :  
(a)  $3^n e^{3x+4}$       (b)  $3^n e^{3x+4}$       (c)  $4^n e^{3x+4}$       (d)  $4^n e^{3x+4}$ .
2. यदि  $x = \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$  किस फलन का मान है : The value of the series  $x = \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$  is :  
(a)  $\sin x$       (b)  $\tan x$       (c)  $\cos x$       (d)  $\sin^{-1} x$ .
3. किसी सरल रेखा की वक्रता होती है : The curvature of any straight line is :  
(a) 0      (b)  $m$       (c)  $1/m$       (d)  $\infty$ .
4. समप्राप्त फलन  $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$  की घात है : The degree of homogeneous function  $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$  is :  
(a) 2      (b) 3      (c) उपर्युक्त में से कोई नहीं । None of these.
5. यदि  $f(x, y) = \sin x + \cos y$  तब :  
(अ)  $f(x, y)$  केन्द्र मूल विन्दु पर अवकलनीय है  
(स)  $f(x, y)$  कहीं भी अवकलनीय नहीं है  
If  $f(x, y) = \sin x + \cos y$ , then :  
(a)  $f(x, y)$  is differentiable at origin only      (b)  $f(x, y)$  is differentiable everywhere  
(c)  $f(x, y)$  is nowhere differentiable      (d) None of these.
6. समाकलन  $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} dy dx$  का मान है : The value of the integral  $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2 - y^2}} dy dx$  is :  
(a)  $\pi a^2$       (b)  $2\pi a^2$       (c)  $\frac{\pi a^2}{2}$       (d)  $\frac{\pi a^2}{4}$ .
7. अवकल समीकरण  $y = px + p^2$  का विशिष्ट हल है : Singular solution of the differential equation  $y = px + p^2$  is :  
(a)  $x^2 + 4y = 0$       (b)  $x^2 - 4y = 0$       (c)  $y^2 + 4x = 0$       (d)  $y^2 - 4ax = 0$ .
8.  $(D^2 + 1)y = 0$  का व्यापक हल है : General solution of  $(D^2 + 1)y = 0$  is :  
(a)  $y = \cos x$       (b)  $y = c \cos x$       (c)  $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$  (d)  $y = c_1 \cos(c_2 x + c_3)$
9.  $\frac{1}{D^2 + a^2} \sin ax$  का मान है : The value of  $\frac{1}{D^2 + a^2} \sin ax$  is :  
(a)  $\frac{-x}{2a} \cos ax$       (b)  $\frac{x}{2a} \sin ax$       (c)  $\frac{-x}{2a} \sin ax$       (d)  $\frac{-x}{2a} \cos ax$ .

10. अवकल समीकरण  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$  का पूरक फलन है :

Complementary function of differential equation  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$  :

(a)  $(c_1 + c_2 x) \log x$

(b)  $(c_1 x + c_2) \log x$

(c)  $(c_1 + c_2 \log x) x^4$

(d)  $x(c_1 + c_2 \log x)$ .

11. यदि  $1 + P + Q = 0$  तो  $\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$  का पूरक फलन का रूप देखा :

If  $1 + P + Q = 0$  then a part of complementary function of  $\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$  is :

(a)  $y = x$

(b)  $y = 1/x$

(c)  $y = e^{-x}$

(d)  $y = e^x$ .

12. समीकरण  $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$  का हल : Solution of the equation  $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$  is :

(a)  $xz = c_1, yz = c_2$

(b)  $x = c_1 z, y = c_2 z$

(c)  $x = c_1 y, y = c_2 z$

(d)  $x = c_1 z, y = c_2 z$ .

13. यदि  $r = 3i - 6t^2j + 4tk$  हो  $\frac{dr}{dt}$  का मान होगा : If  $r = 3i - 6t^2j + 4tk$ , then the value of  $\frac{dr}{dt}$  will be :

(a)  $3i - 6tj + 4k$

(b)  $-12tj + 4k$

(c)  $i + j + k$

(d)  $3i + 6tj + 4k$ .

14. यदि  $F$  एक अवकलनीय संकेत विन्दु फलन है तब  $\operatorname{div} \operatorname{curl} F$  का मान है :

If  $F$  is a differential vector point function, then the value of  $\operatorname{div} \operatorname{curl} F$  is :

(a) 1

(b) 0

(c) 2

(d) 3.

15. लेखा समाकलन और पृष्ठ समाकलन के बीच के सम्बन्ध है :

(a) गोल प्रमेय

(b) स्टोक्स प्रमेय

(c) शीन प्रमेय

(d) बनीली प्रमेय।

A relation between the line integral and the surface integral is :

(a) Gauss's theorem

(b) Stoke's theorem

(c) Green's theorem

(d) Bernoulli's theorem.

### खण्ड ब : ज्ञात उत्तरीय Section B : Short Answer

**DAVVonline.com**

Regular 5x5=25/Private 5x9=45

1. टेलर-प्रमेय का उपयोग करते हुये  $\sin x$  को ( $x = \pi/2$ ) की पार्टी में प्रसार कीजिए ।

Expand  $\sin x$  in powers of ( $x = \pi/2$ ) by Taylor's theorem.

अपना OR

एक वक्र  $y^2 = 4ax$  के बिन्दु ( $x, y$ ) पर वक्र क्रिप्ता जात कीजिए ।

Find the radius of curvature of the point ( $x, y$ ) of the parabola  $y^2 = 4ax$ .

2. फलन : Test the continuity of function :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^6} & ; x \neq 0, y \neq 0 \\ 0 & ; x = 0, y = 0 \end{cases}$$

की सहततता का परिषिक्त बिन्दु (0, 0) पर कीजिए । at point (0, 0).

अपना OR

यदि  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  हो  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$  और  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$  का मूल्यांकन कीजिए ।

If  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  then evaluate  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$  and  $\frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)}$ .

3. इस कीजिए : Solve :

$$(1 + y^2) dx + (x - \tan^{-1} y) dy = 0.$$

अपना OR

इस कीजिए : Solve :

$$(D^2 - 4)y = e^x + \sin 2x. \quad \text{DAVVonline.com}$$

4. हल कीजिए Solve

DAVVonline.com

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 3y = x^2 \log x$$

अथवा OR

हल कीजिए : Solve :

$$\frac{dx}{mx - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$$

5. यदि  $a = i - 3j + 2ik$ ,  $b = i - 2j + 2k$ ,  $c = 3i + j - k$  तो दर्शाइये कि  
If  $a = i - 3j + 2ik$ ,  $b = i - 2j + 2k$ ,  $c = 3i + j - k$  then show that

$$\int_0^1 a \cdot (b \times c) dt = -14.$$

अथवा OR

यदि S कोई समतृप्त पृष्ठ है, जो एक आयतन V को पेरता है तथा  $\mathbf{F} = xi + 2yj + 3zk$  तो दर्शाइये कि :If S is any closed surface enclosing a volume V and  $\mathbf{F} = xi + 2yj + 3zk$  then show that :

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = 6V.$$

बार्ड स : दीर्घ उत्तरीय Section C : Long Answer

Regular 5x14=70/Private 5x18=

1. यदि : If :  $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$  तब सिद्ध कीजिए : Then prove that :

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0.$$

अथवा OR

DAVVonline.com

बहु  $y^2(2a - x) = x^3$  का अनुरोधन कीजिए ।Trace the curve  $y^2(2a - x) = x^3$ .2. यदि : If :  $u = \tan^{-1} \frac{xy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$  तो सिद्ध कीजिए : Then prove that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{1}{(1+x^2+y^2)^{3/2}}.$$

अथवा OR

मूल्यांकन कीजिए : Evaluate :

$$\int_0^2 \int_0^1 \int_0^{x+y} e^z (y+2z) dx dy dz.$$

3. हल कीजिए : Solve :

$$(1 + e^{x/y}) dx + e^{x/y} \left( 1 - \frac{x}{y} \right) dy = 0.$$

अथवा OR

हल कीजिए : Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \cos 2x.$$

4. हल कीजिए : Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = \sec x e^x.$$

अथवा OR

प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

Solve by method of variation of Parameter :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax.$$

DAVVonline.com

5. गिन्हू कीरिए : Prove that :

DAVVonline.com

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} r^m = \nabla \cdot \nabla r^m = m(m+1)r^{m-2}.$$

आया OR

एटोमा प्रयोग का सत्यापन कीरिए जब  $F = x^2i + xyj$ , जहा  $c$ ,  $xy$ -समतल में कर्ता की परिमाप है जिसकी मुजाहें रेखाओं  $x = 0, y = 0, x = a, y = a$  के अनुदिश हैं।

Verify stoke's theorem for the function  $F = x^2i + xyj$  integrated round the square in  $xy$ -plane whose sides are along the lines  $x = 0, y = 0, x = a, y = a$ .

DAVVonline.com