

Roll No.
7500 40/50/40/20

April - May 2018

B. Sc. I Year (3 Y. D. C.) Examination

गणित

MATHEMATICS

प्रथम प्रश्नपत्र : बीजगणित एवं त्रिकोणमिति

Paper I : Algebra and Trigonometry

Time 3 Hours

DAVVonline.com

[Max. Marks : Regular 40 / Private 50

[Min. Marks : Regular 13 / Private 17

नोट : खण्ड अ, ब तथा स सभी नियमित एवं स्वाध्यायी विद्यार्थियों के लिए अनिवार्य है। प्रत्येक खण्ड में दिये गये निर्देशों का पालन करें। सभी के लिये अंक विभाजन योजना प्रश्नपत्र में दशमि अनुसार होगी। दृष्टि बाधित परीक्षार्थियों के लिये 60 मिनट अतिरिक्त समय की अनुमति है।
Section A, B and C are compulsory for all Regular and Private students. Please follow the instructions, given in each section. Marks distribution for all students are as shown in question paper. The blind candidates will be given 60 minutes extra time.

खण्ड अ : वस्तुनिष्ठ Section A : Objective

Regular 5×1=5 / Private 5×1=5

- यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, तब A^2 की जाति है : If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, then the rank of A^2 is :
(a) 3 (b) 2
(c) 1 (d) 0
- आव्यूहों का समीकरण $AX = B$ असंगत है, यदि : The matrix equation $AX = B$ is inconsistent, if :
(a) rank $A = \text{rank} ([A : B])$ (b) rank $A \neq \text{rank} ([A : B])$
(c) rank $A = -\text{rank} ([A : B])$ (d) इनमें से कोई नहीं | None of these.
- n वीं घात का प्रत्येक समीकरण रखता है :
(अ) n से अधिक मूल (ब) n से कम मूल
(स) n मूल (द) इनमें से कोई नहीं |
Every equation of n th degree has :
(a) More than n roots (b) Less than n roots
(c) n roots (d) None of these.
- कयन $p \wedge q$ सत्य है, यदि : DAVVonline.com
(अ) p सत्य है, q असत्य है (ब) p असत्य है, q सत्य है
(स) p और q दोनों सत्य है (द) p और q दोनों असत्य है |
Statement $p \wedge q$ is true, if :
(a) p is true, q is false (b) p is false, q is true
(c) p and q both are true (d) p and q both are false.
- यदि $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$, तब $\cos \theta$ का मान है : If $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$, then value of $\cos \theta$ is :
(a) $\frac{e^{-i\theta} + e^{i\theta}}{2}$ (b) $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$
(c) $\frac{e^{-i\theta} + e^{2i\theta}}{2}$ (d) $\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2i}$

खण्ड ब : लघु उत्तरीय Section B : Short Answer

Regular 5×2=10 / Private 5×3=15

1. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ की जाति तथा शून्यता ज्ञात कीजिये।

Find the rank and nullity of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$.

DAVVonline.com

अथवा OR

यदि A कोई व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो सिद्ध कीजिये कि A^{-1} के आइगेन मान, A के आइगेन मानों के व्युत्क्रम होंगे।

If A is non singular matrix, then prove that the eigen values of A^{-1} are the reciprocals of the eigen values of A .

2. सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ अपने अभिलाक्षणिक समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

Prove that matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ satisfies its own characteristics equation.

अथवा OR

क्या निम्नलिखित समीकरणों का निकाय एक उभयनिष्ठ हल रखता है :

Does the following system of equations possess a common non-zero solution :

$$2x - 3y + z = 0$$

$$x + 2y - 3z = 0$$

$$4x - y + 2z = 0.$$

3. यदि $1, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_6$, समीकरण $x^7 - 1 = 0$ के मूल हैं, तो सिद्ध कीजिये कि :

If $1, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_6$ are the roots of the equation $x^7 - 1 = 0$, then prove that :

$$(1 - \delta_1)(1 - \delta_2) \dots (1 - \delta_6) = 7.$$

DAVVonline.com

अथवा OR

दर्शाइये कि समीकरण $x^4 - 2x^3 - 1 = 0$ के कम से कम दो मूल काल्पनिक हैं।

Show that the equation $x^4 - 2x^3 - 1 = 0$ has at least two imaginary roots.

4. यदि p और q दो कथन हों, तो दर्शाइये कि निम्नलिखित पुनरुक्ति है :

If p and q are two statements, then show that following are tautologies :

$$(a) p \wedge q \Rightarrow p$$

$$(b) p \wedge q \Rightarrow q.$$

अथवा OR

निम्नलिखित व्यंजक का तर्क परिपथ आरेखित कीजिये : Draw the logic circuit of the following expression :

$$(x + y) \cdot (x' + y' + z') \cdot (y' \cdot z').$$

5. उस समीकरण को ज्ञात कीजिये जिसके मूल समीकरण $x^2 - 2x \cos \theta + 1 = 0$ के मूलों के n वीं घात हैं।

Find the equation whose roots are the n th power of the roots of the equation $x^2 - 2x \cos \theta + 1 = 0$.

अथवा OR

सिद्ध कीजिये : Prove that :

$$\sin h^{-1} x = \tan h^{-1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

DAVVonline.com

खण्ड स : दीर्घ उत्तरीय Section C : Long Answer

Regular 5×5=25 / Private 5×6=30

1. सिद्ध कीजिये कि एक हर्मीटियन आव्यूह के आइगेन मान वास्तविक होते हैं।

Prove that the eigen values of a Hermitian matrix are real.

अथवा OR

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ के समस्त आइगेन मानों एवं संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिये।

Find all the eigen values and corresponding eigen vectors of matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

2. कैली-हेमिल्टन प्रमेय का कथन लिखकर उसे सिद्ध कीजिये ।
State and prove Cayley-Hamilton theorem.

अथवा OR

ज्ञात कीजिये कि λ, μ के किन मानों के लिये समीकरणों : Investigate for what value of λ, μ the equations :

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 3z = 10$$

$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

DAVVonline.com

का (अ) कोई हल नहीं (ब) एक अद्वितीय हल (स) अनन्त हल होंगे ।

have (a) no solution (b) a unique solution (c) an infinite solutions.

3. समीकरण $6x^5 - 41x^4 + 97x^3 - 97x^2 + 41x - 6 = 0$ को हल कीजिए ।
Solve the equation $6x^5 - 41x^4 + 97x^3 - 97x^2 + 41x - 6 = 0$.

अथवा OR

समीकरण ज्ञात कीजिये जिसके मूल समीकरण $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$ के मूलों से तीन-तीन कम हैं ।

Find the equation whose roots are equal to the roots of the equation $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$ each diminished by 3.

4. बूलीय बीजगणित B के सभी अवयवों a तथा b के लिये सिद्ध कीजिये :
For all elements a, b of Boolean algebra B, prove that :
(a) $(a \cdot b)' = a' + b'$ (b) $(a + b)' = a' \cdot b'$

अथवा OR

सिद्ध कीजिये कि निम्नलिखित कथन तार्किक रूप से तुल्य हैं :

Prove that the following statements are logically equivalent :

$$(a) (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(b) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r).$$

5. यदि $\tan(\alpha + i\beta) = i$, α तथा β वास्तविक हैं, सिद्ध कीजिये कि α अनिर्धारित है तथा β अनन्त है ।
If $\tan(\alpha + i\beta) = i$, α and β being real, prove that α is indeterminate and β is infinite.

अथवा OR

यदि $i^{i^{i^{\dots}}}$ = A + iB, केवल मुख्य मान को लिया गया है, सिद्ध कीजिये कि :

If $i^{i^{i^{\dots}}}$ = A + iB, principal value only being considered, prove that :

$$(a) \tan \frac{\pi A}{2} = \frac{B}{A}$$

$$(b) A^2 + B^2 = e^{-B\pi}$$

DAVVonline.com