

April - May 2019
B. Sc. I Year (3 Y. D. C.) Examination
गणित

MATHEMATICS

दृतीय प्रश्नपत्र : सदिश विश्लेषण एवं ज्यामिति

Paper III : Vector Analysis and Geometry

Time 3 Hours]

[Max. Marks : Regular 40 / Private 50
[Min. Marks : Regular 13 / Private 17

नोट : खण्ड A, B तथा C सभी नियमित एवं स्वाध्यायी विद्यार्थियों के लिए अनिवार्य है। प्रत्येक खण्ड में दिये गये निर्देशों का पालन करें। सभी के लिये अंक विभाजन योजना प्रश्नपत्र में वशय अनुसार होगी। दृष्टि बाधित परीक्षार्थियों के लिये 60 मिनिट अतिरिक्त समय की अनुमति है।

Section A, B and C are compulsory for all Regular and Private students. Please follow the instructions, given in each section. Marks distribution for all students are as shown in question paper. The blind candidates will be given 60 minutes extra time.

खण्ड A : वस्तुनिष्ठ Section A : Objective

Regular 5×1=5 / Private 5×1=5

1. $[\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}]$ का मान है : The value of $[\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}]$ is :

(a) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$

(c) $(\vec{c} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$

(b) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$

(d) इनमें से कोई नहीं। None of these.

2. $\int \left(\vec{f} \times \frac{d^2 \vec{f}}{dt^2} \right) dt$ का मान है : The value of $\int \left(\vec{f} \times \frac{d^2 \vec{f}}{dt^2} \right) dt$ is :

(a) $\vec{f} \times \frac{d^2 \vec{f}}{dt^2} + \vec{c}$

(b) $\frac{d^2 \vec{f}}{dt^2} + \vec{c}$

(c) $\vec{f} \times \frac{d \vec{f}}{dt} + \vec{c}$

(d) इनमें से कोई नहीं। None of these.

3. यदि समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ एक परवलय को निरूपित करता है, तो :

If the equation $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents a parabola then :

(a) $h^2 < ab$

(b) $h^2 > ab$

(c) $h^2 = ab$

(d) $h = ab$.

4. यदि किसी लम्ब वृत्तीय शंकु का अक्ष Z-अक्ष हो एवं अर्द्ध शीर्ष कोण α हो, तो उसका समीकरण होगा :

If the axis of a right circular cone is Z-axis and semi vectorial angle is α , then its equation will be : <http://www.davvonline.com>

(a) $x^2 + y^2 + z^2 = \tan^2 \alpha$

(b) $x^2 + y^2 \tan^2 \alpha + z^2 = 0$

(c) $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \alpha$

(d) इनमें से कोई नहीं। None of these.

5. दीर्घवृत्तज का समीकरण है : The equation of an ellipsoid is :

(a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$

(b) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(c) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

(d) इनमें से कोई नहीं। None of these.

खण्ड ब : लघु उत्तरीय Section B : Short Answer

Regular 5×2=10 / Private 5×3=15

1. यदि $\vec{r} = (t+1)\hat{i} + (t^2+2t+1)\hat{j} + (t^4+3t^2+5)\hat{k}$ हो, तो $\frac{d\vec{r}}{dt}$ एवं $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ के मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{r} = (t+1)\hat{i} + (t^2+2t+1)\hat{j} + (t^4+3t^2+5)\hat{k}$, then find the values of $\frac{d\vec{r}}{dt}$ and $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

अथवा OR

सिद्ध कीजिए कि : Prove that :

$$\operatorname{div} \operatorname{curl} \vec{f} = 0.$$

2. यदि $\vec{r} = 5t^2\hat{i} - t\hat{j} + t^3\hat{k}$ हो, तो $\int_1^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{r} = 5t^2\hat{i} - t\hat{j} + t^3\hat{k}$, then find the value of $\int_1^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt$.

अथवा OR

$\int (x dy - y dx)$ का मान वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ के परिमाण ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int (x dy - y dx)$ around the circle $x^2 + y^2 = 1$.

3. सिद्ध कीजिए कि $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ एवं $\frac{l}{r} = -1 + e \cos \theta$ एक ही शंकुव को निरूपित करते हैं।

Prove that the equations $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ and $\frac{l}{r} = -1 + e \cos \theta$ represent same conic.

अथवा OR

वृत्तों $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ एवं $x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$ की उभय-निलू जीवा का समीकरण तथा लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the equation and length of common chord to the circles $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ and $x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$. <http://www.davononline.com>

4. सिद्ध कीजिए कि उस द्विघात शंकु का व्यापक समीकरण जो अक्षों से होकर जाता है, $hxy + fyz + gzx = 0$ है।

Prove that the general equation of a cone of second degree which passes through the axes is $hxy + fyz + gzx = 0$.

अथवा OR

उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष $(5, 4, 3)$ हो एवं आधार $y^2 = 4ax, z = 0$ हो।

Find the equation of the cone whose vertex is $(5, 4, 3)$ and base is $y^2 = 4ax, z = 0$.

5. शंकुव $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के बिन्दु (α, β, γ) पर स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the tangent plane to the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ at point (α, β, γ) .

अथवा OR

अतिपरवलयज $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$ की जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु $(-1, 0, 3)$ से जाती हों।

Find the equation of the generating lines of the hyperboloid $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$, which pass through the point $(-1, 0, 3)$.

खण्ड स : दीर्घ उत्तरीय Section C : Long Answer

Regular 5×5=25 / Private 5×6=30

1. यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ हो तो, सिद्ध कीजिए कि $\operatorname{div} \vec{r} = 3$ एवं $\operatorname{curl} \vec{r} = 0$.

If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then prove that $\operatorname{div} \vec{r} = 3$ and $\operatorname{curl} \vec{r} = 0$.

अथवा OR

यदि $\vec{r}^2 = x^2 + y^2 + z^2$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\operatorname{grad} r^n = n r^{n-2} \vec{r}$

If $\vec{r}^2 = x^2 + y^2 + z^2$, then prove that $\operatorname{grad} r^n = n r^{n-2} \vec{r}$.

2. फलन $\vec{F} = (x^2 + y^2) \hat{i} - 2xy \hat{j}$ के लिए, आयत $x = \pm a, y = 0, y = b$ के परिसर स्टोक की प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

Verify Stoke's theorem for the function $\vec{F} = (x^2 + y^2) \hat{i} - 2xy \hat{j}$ around the rectangle bounded by $x = \pm a, y = 0, y = b$.

अथवा OR

$\int_C \{(xy + y^2) dx + x^2 dy\}$ के लिए समतल में ग्रीन के प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ C, $y = x^2$ एवं $y = x$ से परिवद्ध क्षेत्र की परिसीमा है।

Verify Green's theorem in the plane for $\int_C \{(xy + y^2) dx + x^2 dy\}$ where C is the boundary of the region bounded by $y = x^2$ and $y = x$. <http://www.davvonline.com>

3. शांकव का अनुरेख कीजिए : Trace the conic :

$$17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0.$$

अथवा OR

यदि PSP' एक शांकव की नाभिगत जीवा है, तो सिद्ध कीजिए कि P एवं P' पर स्पर्शियों के बीच का कोण $\tan^{-1} \left(\frac{2e \sin \alpha}{1 - e^2} \right)$ है, जहाँ α जीवा एवं अक्ष के बीच का कोण है।

If PSP' is a focal chord of a conic then prove that the angle between the tangents at P and P' is $\tan^{-1} \left(\frac{2e \sin \alpha}{1 - e^2} \right)$ where α is the angle between the chord and the axis.

4. उस लम्ब वृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2 एवं अक्ष $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ हो।

Find the equation of the right circular cylinder whose radius is 2 and axis is $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

अथवा OR

सिद्ध कीजिए कि समतल $ax + by + cz = 0$ शंकु $yz + zx + xy = 0$ को लम्बवत जनकों में काटता है।

Prove that the plane $ax + by + cz = 0$ cuts the cone $yz + zx + xy = 0$ in perpendicular generators.

5. सिद्ध कीजिए कि समतल $lx + my + nz = 0$ से शांकव $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के परिच्छेद के अक्ष शंकु $(b - c) \frac{l}{x} + (c - a) \frac{m}{y} + (a - b) \frac{n}{z} = 0$ पर पड़ेगे।

Prove that the axes of the section of the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ by the plane $lx + my + nz = 0$ lie on the cone $(b - c) \frac{l}{x} + (c - a) \frac{m}{y} + (a - b) \frac{n}{z} = 0$. <http://www.davvonline.com>

अथवा OR

सिद्ध कीजिए कि समतल $x + 2y - 2z = 4$ परवलयज $3x^2 + 4y^2 = 24z$ को स्पर्श करता है। स्पर्श बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

Prove that the plane $x + 2y - 2z = 4$ touches the paraboloid $3x^2 + 4y^2 = 24z$. Also find the coordinates of the point of contact.

<http://www.davvonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पार्य,

Paytm or Google Pay से

40/40/30/40